

愛因斯坦一生中最幸運的靈感

廣義相對論的助產士

Take Home Message

1905年，愛因斯坦發表了震驚物理界的狹義相對論，但該理論仍有不足之處，如無法納入加速度運動及重力等問題。1907年的一道靈光「一個處於自由落體的人將無法感受到自己的重量」，使愛因斯坦領悟到加速度可以模擬重力的「等效原理」，由此催生了廣義相對論，解釋了重力的性質。



賴昭正／前清大化學系教授、系主任、所長；合創科學月刊。

「我從未通過理性思考的過程取得任何發現。」
——愛因斯坦 (Albert Einstein)

1905年是理論物理界的一個「奇蹟」時代，那年一位名不見經傳的瑞士專利局小職員愛因斯坦，在德國名雜誌《物理年鑑》(Annalen der Physik)發表了4篇諾貝爾獎級的論文。其中一篇就是大家耳熟能詳的「狹義相對論」，在該篇文裡，他只用「等速運動者所觀測到的物理現象完全相同」及「光速為一定值」兩個假設，就徹底改變了物理學家300多年來對於時間與空間的觀念！

在那裡根本不須假設「乙太」的存在：光速對任何等速運動者都是相同的；在那裡「羅倫茲轉換」(Lorentz transformation)是必然的結論，而不是為了解釋實驗的負結果而捏造出來湊答案。因此「狹義相對論」雖然沒有直接回答乙太是否存在，但物理界幾乎清一色地認為，狹義相對論與邁克生－莫雷實驗(Michelson-Morley experiment)的結果，毫無疑問地判了乙太死刑。

但曲高和寡，如此重大的發現，除了《物理年鑑》的編輯委員，當時的理論物理大師普朗克(Max Planck)之外，這篇論文並未受到物理學界廣泛的重視，因此愛因斯坦只得繼續在瑞士專利局上一天8小時的班。1907年11月的某一天。

「當我正坐在伯恩（Bern）專利局的椅子上時，突然想到：『一個自由下落的人將不會感覺到自己的重量』。我愣了一下，這簡單的假想實驗給我留下了深刻的印象，正是它導致我發展了重力理論。」

爲什麼這一突然的領悟讓愛因斯坦嚇了一跳呢？原來他在1905年所提出來的狹義相對論有兩個美中不足的大缺陷。第一，它不能處理加速度運動的問題；第二，它不包含牛頓的重力理論。由於牛頓的重力理論已相當圓滿地解釋了宇宙的運行，將它排在外面可能不只美中不足，相信也不會有太多物理學家在意他的新理論。

加速度的問題似乎比較容易解決，因爲如果加速度不大，且時間非常短，我們可以把它視爲一種等速運動。可是重力呢？它到底是什麼「東西」？牛頓雖然成功地用它來解釋物體間的相互作用及相對運動，但那僅只於現象的解釋，並未說明重力本質。正如大氣壓力一樣，我們可以用它來解釋許多觀測到的現象，但如果不了解其本質，我們很難有進一步的發展。又如19世紀中，維也納修道院的神職人員兼科學家孟德爾（Gregor Johann Mendel）就已經從大豆配種的實驗中，發現了抽象的遺傳因子（unit of heredity），但百年後遺傳學及分子生物學才因科學家了解此遺傳因子DNA的結構而迅速、蓬勃地發展起來。

等效原理：你能感受自己正在墜落嗎？

一位正在自由落下的人並不會感覺到自己的重量，那不是等於漂浮在沒有任何重力的外太空空間嗎？如果加速度可以抵消重力，那麼在沒有重力的情況下，加速度本身不是可以模擬重力，產生與真實重力沒有區別的人造重力嗎？愛因斯坦稱這一發現爲「加速度和重力的等效原理」（principle of equivalence of acceleration and gravity），簡稱爲「等效原理」（principle of equivalence or equivalence principle）。愛因斯坦在其演講中對此做了進一步的描述：

「兩名物理學家A和B從睡眠中醒來，注意到他們位於一個具備了所有儀器，且密閉不透明的箱子裡。他們不知道箱子在什麼地方，也不知道它們是否或如何運動。他們在醒來後確認了如果釋放箱子中間的物體，它們均將以相同的加速度 g 朝同一個方向（例如向下）運動。這兩位物理學家可以從中得出什麼結論？

A 由此得出的結論是，箱子位於一顆行星上，如果行星呈球形，則向下方向應是朝向行星中心的方向。但B卻認爲他的箱子漂浮在沒有任何重力的外太空中（沒有行星在附近），透過作用在箱子外部的力，箱子正保持著均勻的加速 g 「向上」運動。有什麼標準可以決定這兩位物理學家誰是正確的？我們沒有這樣的標準。」

在箱子內的物理學家根本沒辦法知道他到底是正在進行等加速運動，或處在重力場內，所以加速運動顯然不是絕對的，而是相對的。我們雖然不知道重力是什麼，但其現象可以用加速度來模擬。這一想法啓動了愛因斯坦嘗試改變重力論的8年艱苦抗戰，於1915年11月完成了人類有史以來最美麗的物理理論：廣義相對論（general relativity）。100多年後的今天，愛因斯坦這一透過想像力來推測的理論，仍然指引著物理學家們了解宇宙的基本特徵。怪不得愛因斯坦後來大膽地稱它爲「我一生中最幸運的靈感」（註）。

註 這句話是從德文「der glücklichste Gedanke meines Lebens」翻譯過來的，一般英文譯爲「the happiest thought of my life」，中文直譯爲「一生中最快樂的想法」。

等效原理的應用

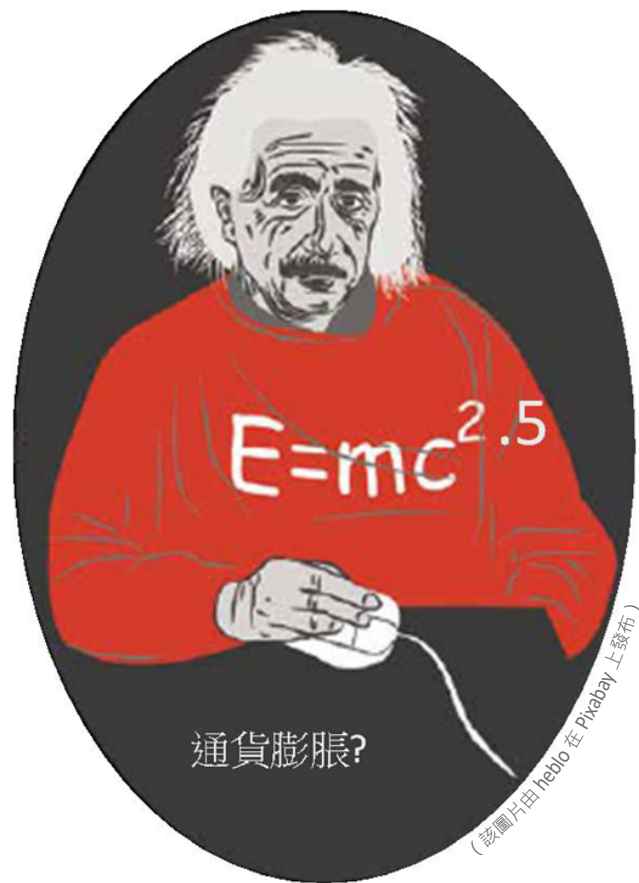
在牛頓第二運動定律 $F=ma$ 中，「慣性質量」（inertial mass）是指某一個物體的質量 m 對外力 F 的慣性抵抗力，並決定其加速度 a 的大小。而在牛頓的萬有引力定律中，

該物體與另一物體 M 的作用力為

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

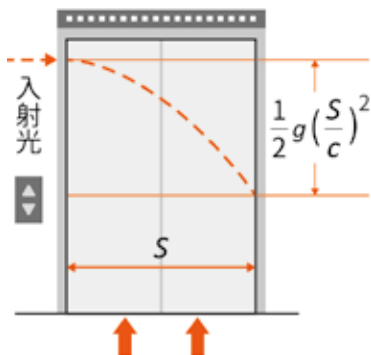
式中的 G 為比例常數， r 為兩物體間的距離， m 則因為在重力公式中出現，稱為該物體的「重力質量」(gravitational mass)。學過物理的人都知道慣性質量與重力質量相同，卻很少想過這兩種完全不同定義的質量怎麼會是相同的呢？是巧合嗎？還是有更深的物理意義？事實上這是物理學中的一個大謎題。而愛因斯坦的等效原理輕輕鬆鬆地解決了這一個謎題，在他所舉的例子裡，物理學家 A 認為該物體正受重力的影響，故其質量為「重力質量」；而物理學家 B 則認為該物體正在受外力加速，故其質量為「慣性質量」。

我們現在再來看一個等效原理可以輕易解釋的現象。一個漂浮於沒有任何重力的外太空中的電梯，在其左邊鑽個小洞，讓一道與天花板平行的光線射入。如果該電梯正以均勻的加速 g 上升，則光線碰到右邊牆壁的点應該在進入点的下方(圖一)。因為等效原理，在電梯內的人像物理學家 A 一樣以為自己身在重力場內，因此推論光線在重力場內將不會以直線傳播。



圖一 等效原理

在沒有任何重力的外太空中的電梯，以均勻的加速度 g 上升，則光線碰到右邊牆壁的点應該在進入点的下方。



S 為電梯的寬度，c 為光速

1911 年，愛因斯坦計算出「一束經過太陽(邊緣)的光線會發生 0.83 秒弧度的彎曲」。好不容易找到一個可以證明他重力理論的實驗，愛因斯坦迫不及待地鼓勵(甚至願意挑私房錢補助)他的同事弗洛伊德里希(Erwin Freundlich)組團去俄國測量 1914 年 8 月 21 日俄國南部發生日食時，太陽後面的星光偏折。但世事難料，就在弗洛伊德里希的團隊抵達目的地一個禮拜後，德國就向俄國宣戰，因此俄國不但沒收了他們的儀器，也將他們全部軟禁！更巧的是，當天的天氣不好，因此另一個美國團隊也無功而返。相信愛因斯坦應該非常失望，但命運就是那麼會作弄人，如果當時的測量成功了，愛因斯坦將會發現他所預測的值只是觀察值的一半而已。愛因斯坦顯然錯了，

不知他是否會因此放棄指引他成功發展廣義相對論的等效原理？

在教科書裡，我們學到行星以橢圓軌跡繞日，但由於行星間的相互作用，這些橢圓事實上都是慢慢在旋轉的，稱為「進動」（precession）。除了最靠近太陽的水星外，其他行星的進動率均與由牛頓力學計算出來的結果相符。愛因斯坦當然希望他的新發現能解釋為何水星的進動率比計算值大，因此偷偷地請了大學好友貝索（Michele Besso）幫忙計算，結果發現算出來的值只比原先大一半而已，愛因斯坦只好把這個結果置之高閣，隻字不提了。

重力時間減緩

我們再來看一看愛因斯坦在上升中電梯的另一重大發現。如果在地板上往上發射光線，由於電梯一直往上加速，在天花板上所收到的光頻率將因為都卜勒效應（Doppler shift）而降低，但物理學家 A 怎麼想呢？由於他不知道電梯正在加速中，而認為自己身處在重力場內，因此推論光線頻率將因重力場而造成「重力紅移」（gravitational red shift）。可是問題來了，如果地板每秒鐘發出 n 個波峰，而天花板每秒鐘只接到小於 n 的波峰，那麼多餘的波峰跑到哪裡去了？愛因斯坦宣稱：「答案很簡單了」，很顯然地板上的接收器時鐘速率較天花板上慢。由於地板應較接近重力中心，重力較大，故稱此現象為「重力時間膨脹」（gravitational time dilation，〔註一〕）。

愛因斯坦由此推出「時鐘速率降低將影響光速」的結論：在地板的光速是一定值。但對天花板上的觀察者，它使用了一個速率較慢的時鐘來測量，所以光速應該以同比例降低〔註二〕。這意味著對地球上的物理學家來說，光在通過太陽附近時將慢下來。

光從空氣中進入水時將因速度變慢而彎折，稱為折射（圖二）。如果光在通過太陽附近時也將慢下來，不是正好提

註一

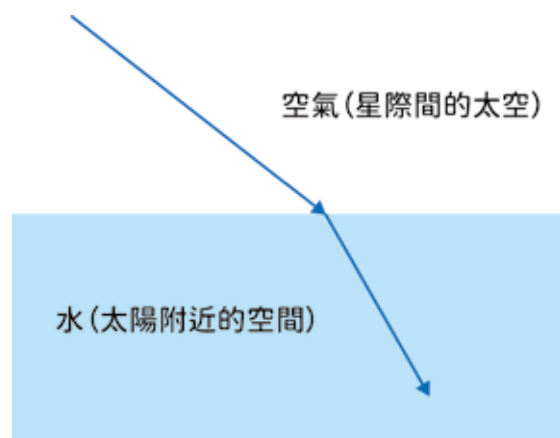
相信大部分的讀者都知道狹義相對論的孿生悖論（twin paradox）：一對孿生兄弟，哥哥以等速到遙遠的星球旅行，再以等速回到地球後，發現自己比弟弟年輕。一般的解釋是，因為哥哥在來回旅行中必須做參考坐標體系轉換。只有聽說過「歲月催人老」，參考坐標體系轉換怎麼也會催人老呢？較易懂的解釋應該是，哥哥抵達遙遠的星球後，必須做一次減速運動及一次加速運動才能將太空船轉向，急速的減速及加速將造成強大的重力場，使得哥哥的（生理）時鐘變得非常慢，因此哥哥在這期間老得也非常慢（在黑洞附近的人如果不被吸進去的話幾乎可以長生不老）。

註二

某些讀者可能一時轉不過來，如果物理學家 A 的 1 秒其實是重力場外測量者的 2 秒，那麼對後者而言，光的速度才只有每秒 1.5×10^8 公尺而已。

圖一

光的傳播速度 因介質（空間）性質不同而異



空氣中的光速大於水中的光速；當光從星際間的太空進入太陽附近的空間時，因空間性質不同，同樣會使光速改變。

供了它之所以彎曲的物理原因嗎？空間性質的改變（由空氣到水）造成了光速的改變；反過來看，我們不是也可以說光速的改變將造成空間的改變？在狹義相對論裡，光速

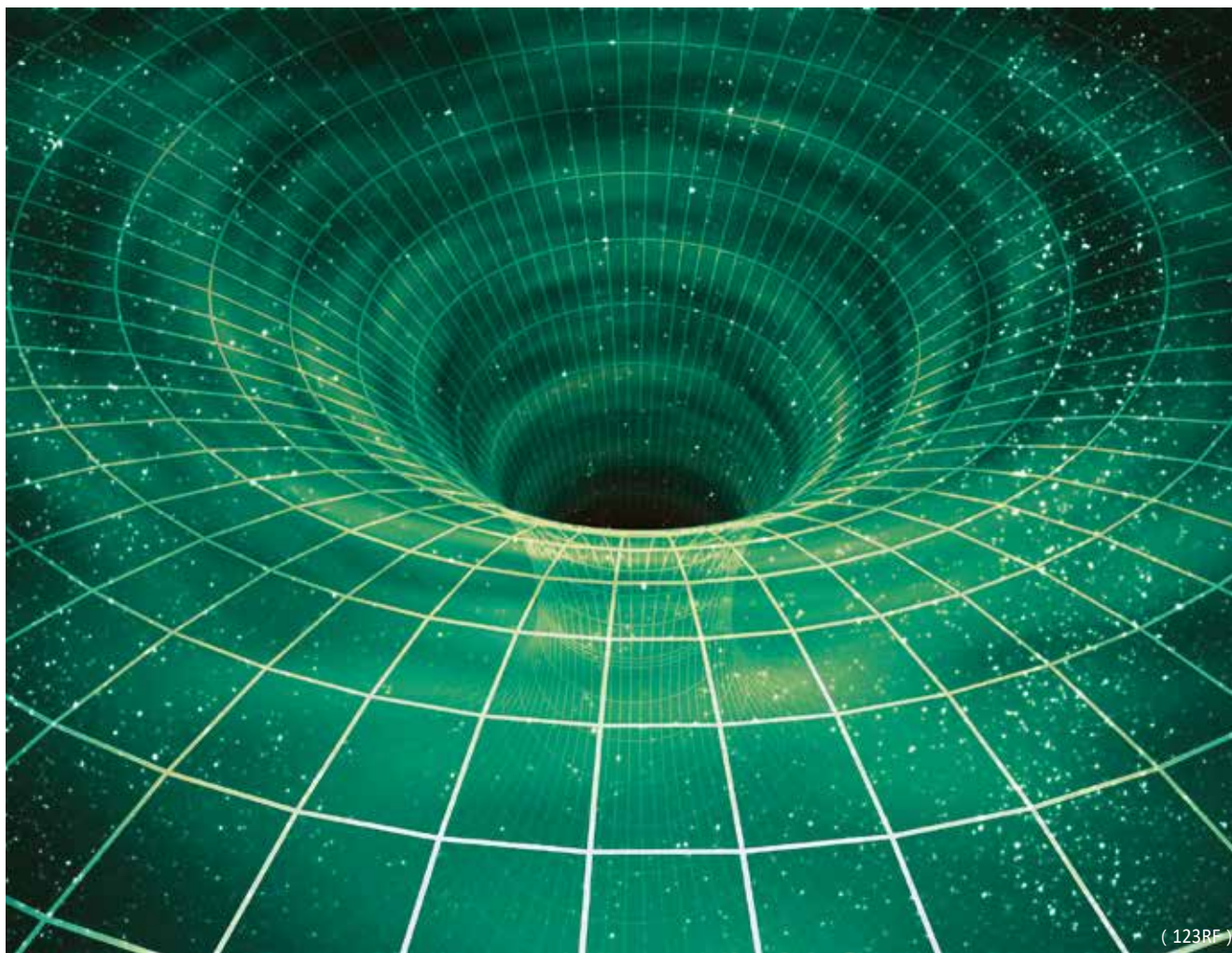
不但佔有非常重要的角色，而且是一個定值，因此空間是一個均勻的空間；但如果重力場會造成光速變慢，那它不是也將改變空間的（幾何）性質嗎？經過許多失敗的嘗試後，愛因斯坦最後終於意識到，重力場中時鐘頻率難題的真正答案，必須在時空的幾何曲率中尋找。

真的等效嗎？

前面提到觀日食的實驗失敗救了愛因斯坦一命，但計算水星的進動率不是清楚地表明等效原理有問題嗎？事實上在1913年，愛因斯坦的好友，同時也是荷蘭理論物理學家

的艾倫費斯特（Paul Ehrenfest）就發表了一篇簡短的論文，提出了有關光傳播的等效原理錯誤的一般證明。很明顯的一個例子是，在穩定的重力場中，光可以從 A 點傳播到 B 點，然後從 B 點沿原路傳播到原點 A；而在等速加速的電梯中能嗎？

另一個能證明等速加速電梯不等於重力場的原因是電梯中的加速度到處都一樣（方向平行、大小相同）；但在重力場中，加速度不但都朝向重力的中心點（方向不平行），其強度也因與中心點的距離而異。當然，如果我們在重力



(123RF)

場中的取樣範圍越小，則裡面的重力方向將越平行、大小將越相同，所以我們頂多只能說，電梯越小，其行為越趨近於重力場。1915年愛因斯坦成功地發展出廣義相對論後，當然也像許多其他物理學家一樣了解到這一點。

1922年，因1919年證實了廣義相對論推測日食時太陽後面星光彎曲角度，而使愛因斯坦一夜成名的英國倫敦劍橋大學教授愛丁頓（Arthur Eddington），在其闡述廣義相對論的數學及理論概念的教科書裡寫道：「在最初建立廣義相對論的過程中，等效原理起了很大的指導作用，但是現在我們已經對宇宙的本質有了新的認識，所以它變得沒有必要了。」1960年，廣受尊敬的相對論專家辛格（John Synge）更不客氣地寫道：

「我從沒能理解這個等效原理……，它在廣義相對論的誕生中雖起了助產士的重要作用，但是正如愛因斯坦所說的，如果不是閔可夫斯基（Hermann Minkowski）的時空概念，這嬰兒將永遠不會超出其成長的衣服。我建議以適當地榮譽埋葬此助產士。」

除了理性，還須一些直覺

相信愛因斯坦不是第一個想到「自由落體可以抵消重力」的人。如果讀者喜歡刺激，現在許多遊樂場所裡也都可以讓你享受到這種無重力的感覺；筆者事實上就曾經親身經歷過，但卻做夢也沒有想到這竟然是廣義相對論的產婆。

「『發現』是看到別人所看到的，但思考著別人所沒想到的！」（註）筆者終於了解到了為什麼愛因斯坦是一名偉大的科學家。同樣的，每個人都看到蘋果落地，可是為什麼只有牛頓想到萬有引力呢？

筆者以前一直以為愛因斯坦是理性邏輯思考的典範，但正如筆者在〈愛因斯坦其實沒那麼神〉一文中所提到的，事實上，他在職業生涯中犯了很多錯誤，就連廣義相對論的發展也不例外。在愛因斯坦最後衝刺的1915年11月，他更迫不及待地連續寄了4篇簡短通訊到普魯士科學學院（Preußische Akademie der Wissenschaften），後面3篇幾乎都是為了修正前一篇的錯誤。而如本文所提，愛因斯坦的廣義相對論事實上是建立在一個「近似」的原理上的。還有在〈牛頓的水桶〉一文裡，筆者提到了愛因斯坦後來也發現，用來幫助他推導重力論的馬赫原理（mach principle）是不對的。我們能不相信愛因斯坦「從未通過理性思考的過程取得任何發現」嗎？看來筆者這一生中沒有大發現是因為太理性了（真不敢相信好像是學校教的）。

《愛因斯坦的錯誤：天才的人性面》（*Einstein's Mistakes: The Human Failings of Genius*）一書的作者歐漢尼安（Hans Ohanian）表示：「只有偉大的天才（或瘋子）才能成功地從這樣一個錯誤的基礎上，構建出一正確的理論。愛因斯坦的深刻直覺使他能夠從缺陷觀念中提取出完成最偉大藝術品所需的基礎。」

延伸閱讀

1. Hans C. Ohanian, *Einstein's Mistakes: The Human Failings of Genius*, New York, W. W. Norton & Company, 2008.
2. 賴昭正·《我愛科學》·華騰文化·2017年。
3. 戴維斯·賴昭正譯·《近代宇宙觀中的空間與時間》·國興出版社·1981年。

註

出自1937年諾貝爾醫學獎的獲獎者，匈牙利生物化學家聖捷爾古（Albert von Szent-Györgyi Nagrápolt）。