

## 「經驗」的困境（2）

賴昭正

筆者在 1969 年七月號科月的「大家談科學」裡，提到我們如果「盲目」地將日常生活中的經驗擴展到物理學上，將碰到許多難以「理解」的困境。在「加百列號角的詭論」裡（科月 2013 年八月號），我們則看到了經驗在數學上的困境！

李武炎教授在該文裡，將  $y = \frac{1}{x} (x \geq 1)$  之曲線，以  $x$ -軸為中心旋轉而製造出「加百列號角」，然後透過微積分的運算，證明其體積為有限值，但其表面積則為無窮大！依日常生活的經驗來想像，這根本是不可能的：表面是覆蓋體積的，因此表面只是體積的一部份，怎可能體積有限而表面積無限呢？李教授接著企圖用日常生活的事物來解決此一詭論——筆者認為這事實上正是「詭論」的根源：經驗的困境！

類似加百列號角之詭論在數學上應是不勝枚舉的。我們現在就來看看一個更簡單且容易了解的例子，及其「破解」之法。我們「知道」（經驗）一條定長之線段是由一點一點的「點」所組成的（報紙上印的一條線就是如此）；在經驗上這些點數是有限的，可是在數學上其數卻是無窮的！點是線的一部份，有限的線由無限的點所組成的，這不是「詭論」嗎？

相信許多讀者都知道破解上述詭論的方法：我們日常生活中的點是有大小的，但數學中的點卻是沒有大小的——它是我們將日常生活中的點「理想化」的結果！在日常生活中，我們可以將一條線分半切割，在有限次切割後，我們「知道」將碰到「原子」（或更小的基本粒子）而不能再切割下去了；但在數學上我們可以無限地切割下去……這裡沒有「詭論」，有的只是我們沒法「想像」什麼都沒有的東西（數學上的點）是什麼東西？！物理上有沒有這種沒有大小的東西呢？有！幾乎所有的物理學家都認為「光子」沒有大小；無怪乎愛因斯坦在去逝前四年寫到（科月 1977 年九月號）：

*這將近了五十年來對「光量子到底是什麼」的深思，並沒有使我們更接近答案。現在每一個人——像湯姆、阿丁、昭子等，都以為他們了解，可是他們錯了！*

筆者在「愛因斯坦的最大錯誤——宇宙論常數」（科月 2011 年十二月號）一文裡提到，愛因斯坦在發表其巨著「廣義相對論」兩年後，為了解釋為何宇宙可以是靜態不變化（廣為當時物理學家所接受之錯誤的宇宙觀），認為我們是生存在一

個奇怪的宇宙裡：有限的空間，但卻沒有邊界！這怎麼可能呢？筆者想破了大腦都無法想像此一「沒有邊界的有限空間」會是什麼樣子！怪不得連愛因斯坦本人都認為他可能會因此怪論而被關入瘋人院裡！這正是我們經驗的困境：我們雖然無法想像出這樣的宇宙是什麼樣子，但它完全符合邏輯，在數學上是完全可能的！「加百列號角」沒什麼詭論，有的只是我們經驗中沒這種東西！