

牛頓的水桶

水桶，裝水之桶也，有什麼好談的？難道科學月刊最近缺稿不成？

賴昭正



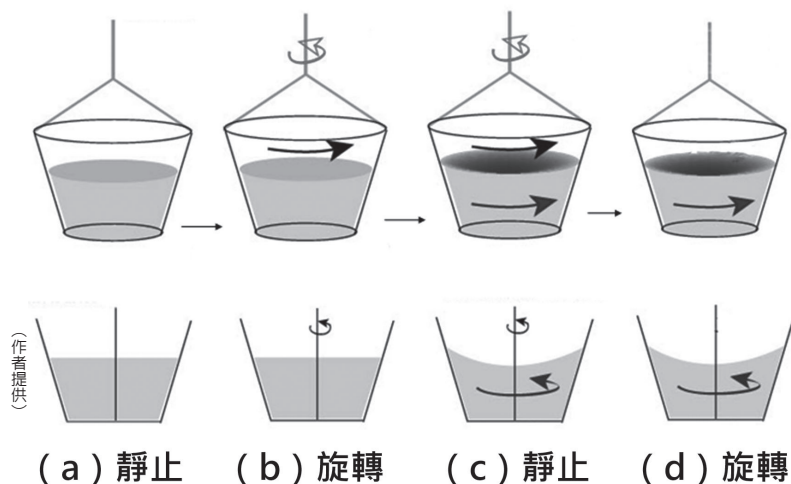
不錯！一般的水桶用來裝水，是沒有什麼好談的，但偉大物理學家牛頓的水桶則不但是他的力學基礎，也深深影響後世的物理發展！三百多年後的今天，牛頓的水桶不但未爛掉，事實上還是物理學家及哲學家還在深思的問題！

1687年，牛頓在其巨作《自然哲學的數學原理》第一卷開頭定義之後的旁注裡闡釋一個我們都可在家裡做的實驗——很多讀者不須要做就已經知道答案的實驗。那實驗很簡單，只要在天花板上吊個裝滿半桶水的水桶即可（圖一 a）。裝好後我們便可開

始做實驗：將吊繩轉緊後放手讓水桶旋轉，然後觀察水面。因為吊繩被扭緊的關係，水桶將開始慢慢往反方向旋轉；此時水桶裡的水並不跟著旋轉，因此水面尚可保持水平（圖一 b）。但是慢慢地，水也開始跟水桶一齊旋轉，水面也將慢慢變成中間下凹週遭上凸的弧形（圖一 c）。不久水桶將停止旋轉——但此時的水卻保持其中凹之弧狀繼續旋轉（圖一 d）——然後開始往反方向旋轉。

這有什麼新奇？本來不是就應該這樣嗎？但牛頓卻是沒問題找問題地問：「為什麼水面會

中凹呢？」我們這些俗人凡夫的回答當然是「因為水在旋轉呀！」可是仔細地再想一下，「旋轉」到底是什麼意思？對什麼旋轉呢？當然不是水桶：因為同樣都是對水桶旋轉，但剛開始時，水面是平的（見圖一 b）；但水桶不轉時，水面卻是凹的（見圖一 d）。敏感的讀者也許已經注意到筆者上面的語病「但水桶不轉時，……」；顯然地，所謂旋轉或不旋轉應該是對地球而言！可是為什麼是「對地球而言」呢？我們這不是又回到十六世紀前的「地球是宇宙中心」的嚴重錯誤



圖一：水桶與水之相對運動。

觀念了嗎〔註一〕？假若地球不存在，水桶是在什麼都沒有的太空中「旋轉」呢〔註二〕？「什麼都沒有」的太空中？在等牛頓回答之前，讀者不妨暫時放下《科學月刊》，閉上眼睛（不要睡著了）思考一下你（妳）的答案。

絕對空間

相信許多讀者都有如下的經驗：坐在靠站之火車裡突然從深思中驚醒，發現自己的火車已慢慢駛離隔鄰的火車，可是卻無法辨斷到底是自己或隔鄰的火車在動！牛頓時代（1642~1727）雖然尚未有火車（瓦特發明蒸汽機是 1775 年），但他似乎也有類似的經驗，因此認為物體的「真正運動」是無法用與其他物體之「相對運動」來偵知或測量的；換言之，在不藉助於其他第三者的情況下，我們是無法用任何方法來回答到底是我的火車還是他人的火車在動。用近代物理的術語來說，等速運動的所有座標體系都是相等的；我說他在動，他說我在動；大家都沒錯！

可是如果你的火車或隔鄰

的火車突然加速，則你一定可以辨別到底是誰在加速！事實上，如果是你的火車加速，則你根本不須要往外看（藉助於其他物體），就可以體會到加速。所以加速是一個很特別的運動——牛頓認為那是一個「絕對」（absolute）的運動！此一絕對運動是因為有一「絕對空間」存在的關係。我們在此一絕對空間做等速運動時，我們無法感覺到它的存在；但一加速，我們便可測知到它的存在：沒有它，我們如何能定義「改變速度（加速）」呢？在牛頓的哲學裡，此一用來定義運動的「絕對空間」是一個我們無法用五官感觸到的「不能動」（immovable）的空間（space）。它的存在與宇宙中其他物體的存在與否完全無關（就是沒有任何物質，它還是存在的），與他同時代的萊布尼茲（Gottfried Leibniz，1646~1716，哲學家、數學家，與牛頓同時發明微積分學）則不相信此一絕對空間的存在。萊比錫認為空間只是用來說明物體間之相對位

置用的；當宇宙中沒有任何物質時，空間就不再有意義了（不再存在了）。

讀者應該知道太空中之牛頓水桶實驗的答案了吧：即使在什麼都沒有的太空中旋轉，水桶之水面還是會成凹狀的——因為水是在絕對空間中旋轉。在此一強而有力的辯證下，萊布尼茲的相對空間論毫無反駁之地，他只有被逼寫到：

「我承認一個物體的絕對真正運動，是有別於一個僅僅是相對於另一物體的狀況改變。」

此後的兩百年，也許是礙於牛頓在物理成就上的光芒，幾乎沒有人強烈地挑戰過牛頓之絕對空間存在的論點。

相對空間

馬赫（Ernst Mach，1838-1916，物理學家兼哲學家）是一位十足的實證派人物，他認為任何無法用五官感觸到的東西都

火車已慢慢駛離隔鄰的火車，可是卻無法辨斷到底是自己或隔鄰的火車在動。

是不實在的；物理定律只是實驗結果的縮寫，用來幫助物理學家歸納複雜的實驗數據而已。像這樣的一位實證派人物，他當然不會相信原子的存在，更不用說什麼基本粒子夸克（quark）了。儘管如此，他的哲學觀在近代物理及社會學（唯物論）的發展上還是佔有一席非常重要之地位的——愛因斯坦甚至稱他為其相對論（theory of relativity）的先驅者。馬赫在 1883 年批評牛頓的水桶實驗只是說明了「水桶對水的旋轉沒有造成任何可觀測到的離心力」〔註三〕而已！那些離心力是因為「水相對於地球及其他太空物體之旋轉而產生的」，與水桶毫無關係。如果地球及這些太空物體都不存在，那麼旋轉之水桶的水面將不會出現凹狀的，在什麼都沒有的太空中，因為沒有任何東西可做比較，「旋轉」將失去其意義。

可是如果在什麼都沒有的太空中加入一顆小星星呢？這下子我們就能辨別水桶是否在旋轉了，其水面將變凹了；可是就那麼一顆星星，怎能造成水面是否會變凹的影響呢？為了回答此一反對的聲浪，馬赫認為變凹的程度完全取決於宇宙中物質的總和。當宇宙中只有一顆微塵可做為旋轉之參考時，水面的變凹應該趨近於零。依馬赫的看法，不

但等速運動是相對的，加速也是相對的；空間根本不是一個實體，而是正如萊布尼茲所說的，空間只是用來說明物體之相對位置的語言！

馬赫對嗎？牛頓是否太過於一廂情願地因水桶的實驗而做下了錯誤的空間假設呢？馬赫的想法雖然令許多物理學家興奮，但他從未提出到底宇宙的物質如何影響水面的變凹，因此它不是一個理論（或只能說僅是一個不完整的理論）：因為在沒有如何影響的機制下，我們很難設計實驗來驗證。當然，就我們現在所了解的，一個合理的影響機制應該是無所不在的重力（gravity）。愛因斯坦注意到了這一點，成功地於 1915 發展出他的重力理論——廣義相對論（General Theory of Relativity）。

絕對時空

在談到廣義相對論如何看待牛頓的水桶之前，我們得先來探討一下二十世紀初的另一偉大物理成就——愛因斯坦的特殊相對論（Special Theory of Relativity）。相信許多讀者都已知曉，特殊相對論否認了牛頓之「絕對空間」及「絕對時間」（absolute time），認為它們都是相對的，因等速運動者而異。

在牛頓的絕對空間裡，兩點間的距離永遠都是定值；可是在愛因斯坦的特殊相對論裡，它因等速運動者而異（特殊相對論不談加速度運動），沒有絕對值。既然空間在特殊相對論裡失去了絕對性，那牛頓的旋轉水桶就不應該有凹的水面了吧？那也不見得，因為特殊相對論結合了時間和空間，將它們視為平等，組合成了一個不因等速運動者而異的「絕對時空」（absolute spacetime），因此我們可以說水桶是在對此一「絕對時空」旋轉，所以水面還是會凹的！

馬赫原則

愛因斯坦的特殊相對論顯然未能使馬赫的空間相對論抬頭；其廣義相對論呢？。1913 年愛因斯坦正專注於完成其廣義相對論之際，他興奮地寫了一封信告訴馬赫，謂他的廣義相對論終將支持馬赫對牛頓水桶的分析與論點。特殊相對論結合時間與空間；廣義相對論更進一步地將物質也融合進去。在廣義相對論裡，物體的存在改變了其週遭的時空構造，而時空構造又反過來決定了物體的運動。在這理論裡，不但沒有絕對的時間或空間，更不具絕對的時空。正如馬赫所辯說的，我們所感受到的重力是因宇宙中所有物體（遙遠的

星星、地球、隔鄰的房子、你、我……等等)所造成，因此所謂加速就是對此一背景而言。馬赫未能提供影響水面的機制，愛因斯坦的重力場論(廣義相對論)漂亮地解決了此一瑕疵，牛頓的水桶故事也應該收場了吧：沒有絕對空間(時空)，水面變凹是因為水在宇宙所有其他物體中(相對)加速運動所造成的(意謂如果沒有其他物體，水面應是平的)！

不！等一等！前面說的也許不錯，可是如果這宇宙什麼都沒有，只剩水桶和裡面的水呢？在沒有重力的情況下，廣義相對論不是應該變成特殊相對論嗎？依後者的理論，我們不是說過時空是絕對的，水面還是會變凹的嗎？……？連愛因斯坦也糊塗了！慢慢地，隨著頭髮漸白、齒牙漸動、及對廣義相對論內涵的逐漸了解，愛因斯坦最後終於也拋棄他當初用來啟發他發展廣義相對論的「馬赫原則」(Mach Principle，註四)！

結論

一個簡單的水桶實驗竟會是一個重要的物理及哲學問題，這或許是當初牛頓也沒有想到的吧？！即使到了今日，其答案還是沒有定論；但在這三百多年間，因它而掀起的物理進展——

尤其是廿世紀初——卻是絕對不可輕視的！物理歷史事實上是充滿這類探討「假想實驗」(thought experiment)之結果的問題；這類問題或許永遠不會有答案，但尋求答案的過程卻常是促進物理發展的原動力！

一輪明月高掛天空——到底是天空提供了一個放明月的地方，還是明月使天空的存在有了義意？……如果沒有明月(及所有的其他星球)，還有天空嗎？如果沒有身邊的戀人，夜晚的天空還會那麼迷人嗎？🌕

註一：事實上水桶外的物質(例如地球)確是可以做為「旋轉」之參考點的；但牛頓卻「輕率」地拋棄它們，成了後來馬赫攻擊他的武器(見後)。

註二：事實上將水桶帶到

什麼都沒有的太空中做實驗，因那裡沒有重力，是有很多「技術」之問題。因此牛頓改用在繩子兩端綁上兩顆石子做旋轉；因離心力(慣性)的關係，繩子應變緊(正水面變凹一樣)。為了生動性及連續性，我們在此還是將繼續以水桶來討論。

註三：更正確的說應是「慣性」，但一般科普或科學書均習慣採用「離心力」一詞。

註四：這是愛因斯坦所用的名辭；大意是說所有的東西都是相對的，物理世界裡沒有絕對的東西。馬赫本人從未提出「馬赫原則」，因此後來的物理學家和哲學家們也常有各自的看法與解釋。

賴昭正：美國芝加哥大學化學博士



物理學家：「空間」到底是一個實體，還是一個用來描述物體相對位置的語言工具而已？
情人：月色之美到底只是我的一個幻想，還是真的很美？