

規範對稱與基本粒子

賴昭正

前清大化學系教授

局部規範對稱是了解基本粒子作用的工具，可它到底是什麼呢？楊振寧是破壞（宇稱性）對稱的一位禍手，但你知道他也是局部規範對稱的先驅之一嗎？

在《科學月刊》第 41 卷第三期（2010 年三月號）「對稱與物理」裡，筆者談到了對稱（symmetry）在物理定律上所扮演的角色及其重要性。在那裡，我們談到了電荷對稱（charge conjugation symmetry，即正物質與反物質之對稱，簡稱為 C）、鏡像對稱（parity symmetry，即鏡像與原像之對稱，簡稱為 P）、時間對稱（time reversal symmetry，即時刻正流與倒流之對稱，簡稱為 T），以及座標及時刻位移（translation）之對稱。這些對稱的一個共同點是：除了易懂的電荷對稱外，它們均是作用於時空（時間與空間）上，因此不抽象，很容易用我們日常生活中所學到的經驗來體會與了解。當然，除了上面所舉之例子外，物理尚有一些其他不抽象的對稱；但在這裡，筆者想來介紹一個抽象，但卻是今日基本粒子物理（甚或整個物理）發展所不可或缺的工具：「規範對稱」（gauge symmetry）。

宇稱性在物理學中，用以辨別左右的專業術語。若是遵守「宇稱守恆」，則左右對稱，在鏡像世界中，也會有相同的物理定律。

古典力學

在進入完全抽象的領域前，筆者擬在此先用一個眾所皆知的力學——牛頓第二運動定律——來說明規範對稱的運作與意義。我們在「對稱與物理」裡已探討了牛頓第二運動的對稱性，除了上面所提到之不抽象的對稱性外，難道它還有隱藏的對稱——抽象的對稱？

要了解此一抽象的對稱，我們得先將牛頓第二運動「抽象化」。十八世紀的物理學家早已知道，除了可以直接用「力」來探討物體的運動外，用「能量」的概念可能具有更深遠的意義（今日高深物理的研究都是使用 action principle 的）。在這一模式裡，力可由單位距離之位能變化算出。例如在重力場裡，高度為 h 的力 $F(h)$ ：

$$F(h) = - \frac{U(h_2) - U(h_1)}{h_2 - h_1}$$

式中 $U(h_2)$ 為在高度 h_2 時的位能，又 $h_2 > h > h_1$ 。所以牛頓第二運動定律變成（在高深物理的研究中，根本不討論力的）：

$$- \frac{U(h_2) - U(h_1)}{h_2 - h_1} = ma \quad (1)$$

式中 m 為物體的質量， a 為加速度。到這裡為止，我們似乎只是用另一種形式來表達牛頓第二運動定律而已！可是某些物理學家卻看到了一個新的對稱！

這新的對稱不是「對稱與物理」中所談到之座標轉換，而是位能 $U(h)$ 的轉換

$$U(h) \longrightarrow U'(h) = U(h) + C \quad (2)$$

式中之 C 為一常數。在這一轉換下（將方程式(1)中的 U 變成 U' ），我們很容易證明（將 $U' = U + C$ 代入）新方程式根本就是原來的方程式！換言之，我們說牛頓第二運動定律具有 $U \rightarrow U' = U + C$ 轉換之對稱（不變）！

上面是用數學的運作來說明牛頓第二運動定律的位能轉換對稱；我們在這裡來看看其物理意義吧。假設我們可以設計一個可以量位能的儀表器（gauge），則位能轉換對稱事實只是說牛頓第二運動定律與位能器（potential gauge）之零參考點無關：我們可以使用北京所製造之位能器來探討運動，也可以使用零參考點不同之台灣製造之位能器，我們所得的牛頓第二運動定律應是一樣的。也就是說牛頓第二運動定律具有位能「量表對稱」（gauge symmetry，正式官方譯為規範對稱）。

位能轉換中的 C 為一常數，與高度（ h ）無關：意即我們不能用北京的位能儀來測量高度 h_1 的位能，然後用臺北位能儀測量 h_2 的位能來探討運動。如果我們決定使用北京位能儀，那我們便得到處用它；而如果我們突然想用國貨，那也可以，但我們便得到處使用臺北製之位能儀！所以此一轉換是具有整體性、全面性的：要換便得全部換！只用局部轉換位能儀的話，我們就得不到了牛頓第二運動定律，所以物理學家說牛頓第二運動定律具有「整體量表對稱」（global gauge symmetry），不具有「局部量表對稱」（local gauge symmetry）。

古典力學裡有沒有具局部轉換的對稱性呢？有，那就是大家所熟悉的電磁理論。在高中時，我們所學到的電磁理論都是用電力場及磁力場來表示的。這些所謂的馬克士威電磁方程式（Maxwell electromagnetic equations）不但具有我們談到之所有座標轉換的對稱，還具有一稱為羅倫茲轉換（Lorentz transformation）的時空轉換對稱。與牛頓運動定律一樣，我們也可以用「位能」的觀念來重寫馬克士威電磁方程式。在這「位能」馬克士威方程式裡，物理學家也發現了馬克士威方程式具有某種「位能」轉換的「量表對稱」性——

方程式不因此轉換而異！不但如此，物理學家發現這裡的「位能」轉換不必是常數，可以因時空不同而異 [即 (2) 式中的 C 可以是 h 的函數]。換言之，馬克士威方程式不但具有整體量表對稱，更具有局部量表對稱——物理學家稱此一對稱為局部規範對稱 (local gauge symmetry)。

量子力學

狄拉克 (P. A. M Dirac) 一度想成為一個電機工程師，可是害怕自己可能缺乏那方面的才能，因而轉移到令他較感興趣的抽象物理學。他是否能成為一個成功的電機工程師已是無所謂了，因為他在三十出頭時，已在英國牛津大學正式被選任特殊教授的職位。他在 23 歲 (1925 年) 時，即單獨地提出了一套比抽象更抽象的量子力學理論——其數學語言已成為今日研究高深物理所不可或缺的工具！1928 年時，他更結合了當時的兩大近代物理——相對論與量子力學，導出了一個電子運動的方程式；此一方程式不但解決了電子自旋數為何為 $1/2$ 之謎，同時也預測了正電子的存在！

在量子力學裡，電子不再是一個牛頓的質點，而是一個波動函數 $\psi(x,t)$ 。此函數可以是正值，也可以是負值；但其絕對值平方，即 $|\psi(x,t)|^2$ 則永遠是正值，代表電子在時空中的分布情形。所以像牛頓力學裡的力，或馬克士威方程式裡的電磁場一樣， $|\psi(x,t)|^2$ 是可以在實驗室中測量到的物理量；而 $\psi(x,t)$ 則是「位能」，不能在實驗室中觀察到，但可以由它導出可觀察到的物理量！

像前面所提之「位能」，如果我們將 $\psi(x,t)$ 做下面的轉換

$$\psi(x,t) \rightarrow \psi(x,t)e^{i\theta}$$

則因 $|\psi(x,t)e^{i\theta}|^2 = |\psi(x,t)|^2$ (讀者如果不了解沒關係，在此使用乃為了說明方便。)，此一轉換將不會影響到實驗室中所能量到的電子在時空中的分布情形。如果 θ 為一常數 (與 x 和 t 無關)，則此一轉換將不會改變狄拉克的電子運動方程式，因此顯然該方程式具有整體規範對稱。可是如果 θ 是 x 和 t 的函數 $\theta(x,t)$ 呢？狄拉克的電子運動方程式將不再是不變 (守恆) 了！因此顯然狄拉克的電子運動方程式不具有局部規範對稱！

可是物理學家卻認為局部規範對稱較合理：為何我們在地球做某一轉換時，幾百萬光年遠的人類也須做同樣的轉換才不會改變運動方程式呢？因此他們準備不惜付出任何代價，強迫狄拉克電子運動方程式也須具有局部規範對稱！沒想到此一代價事實上並不高：只要在原方程式中加入一規範場 (gauge field) 即可！更讓他們感到意外的是：只要將此一規範場認為就是馬克士威的電磁場，則此一具有局部規範對稱之狄拉克電子運動方程式不但成功地提供了電子與電磁場作用的電動理論 (electrodynamics theory)，且成為以後發展物理學中一個非常完美之量子電動理論 (quantum electrodynamics theory，簡稱 QED)

的基礎！真是塞翁失馬，焉知非福！

楊—米理論

上面狄拉克電子函數 $\psi(x,t)$ 的轉換在數學上稱為 $U(1)$ ；將所有可能的轉換集合在一起就構成了一個數學上的群（group）。 $U(1)$ 群是數學上某類群論（group theory）中最簡單的群。1954 年，楊振寧與米爾斯（R. Mills）率先提出了一個在 $SU(2)$ 群局部規範轉換作用下不變的運動方程式。他們原想將它用於了解當時所知的強作用：質子與中子的相互轉換（2 指質子與中子）。只是依此理論，質子與中子不但應具有同樣的質量；更糟的是該理論預測必須存在有三種不具質量的介子來產生強作用，可是實驗中卻毫無此三介子存在的跡象，因此楊—米理論——運動方程式必須具有局部規範對稱——雖美，卻被束之高閣（不入主流）長達約 20 年之久！

雖然弱作用的介子 W 遲到 1981 年才被發現，但物理學家早已從弱作用裡知道其性質；也曾嘗試用楊、米之 $SU(2)$ 局部規範對稱來解釋它，但均因與實驗數據不合而放棄。1961 年克勞休（S. Glashow）開始探討比 $SU(2)$ 更複雜點的 $SU(2) \times U(1)$ 局部規範對稱（ $SU(2) \times U(1)$ 是結合 $SU(2)$ 及 $U(1)$ 兩「子群」而形成的群），成功地闡釋了電磁及弱作用中的一些實驗室中觀測到的規律。但是像當初楊、米一樣，此一理論預測了應有 4 個沒有質量之介子的存在；但是除了已知之光子（光子由量子化狄拉克電子運動方程式中的規範場所得）沒有質量外，實驗數據顯示弱作用中帶電的 W^+ 及 W^- 均應具有質量！另一克勞休稱為 Z^0 的不帶電中性介子則是此一理論的新產物，當時弱作用理論中沒有的 Z^0 介子於 1981 年在實驗中被發想！

電弱作用

為了解釋這些不應有的 W 及 Z 質量，克勞休只有人為地強制破壞他自己所提之 $SU(2) \times U(1)$ 對稱，然後隨心所欲地給予 W 及 Z 質量！當然，這種湊答案的理論將不再那麼優美，同時也產生了我們即將討論到之「再歸化」

（renormalization）的問題，因此此一理論在當時並未受到重視：雖然在 1964 年左右，「自發對稱性破壞」（spontaneous symmetry breaking）已被成功地應用於強作用，但卻還沒有人想到用它來取代克勞休的人為對稱性破壞！1967 年終於有兩位物理學家——薩拉姆（A. Salam）及萬伯格（S. Weinberg）——突然分別地同時領悟到 1964 年布勞特（R. Brout）、應勒特（F. Englert）、及希格斯（P. Higgs）等人所提出之自發對稱性破壞正是醫治克勞休理論的良藥！

原來宇宙中充滿了一個位能形狀像酒瓶瓶底之「希格斯場」（Higgs field）：中間內凸、（能量）較周邊為高。此一希格斯場具有以酒瓶中心為軸旋

轉之對稱性；因此在宇宙初現、溫度（能量）還是非常非常高之際，電弱作用可以保持 $SU(2) \times U(1)$ 之局部規範對稱，其四個作用介子—— B 、 W^1 、 W^2 及 W^3 ——均如理論之要求不具質量。但隨著宇宙溫度的下降，希格斯場的能量也漸漸下降，最後終於像本無磁性之磁鐵需要選擇一個方向磁化下來一樣，掉到周邊之較低的能量溝內的某一點（自發對稱性破壞）；因溝內的位能不為零，因此破壞（隱藏）了原來之 $SU(2) \times U(1)$ 的對稱性： W^1 與 W^2 因與此一希格斯場之作用而取得質量、重新組合成帶電之 W^+ 與 W^- ； B 與 W^3 則重新組合成不帶電且不具質量之光子與具質量之 Z^0 （事實上不只它們取得質量，所有基本粒子也一樣因與希格斯場之作用而取得質量！）。這新出現的光子正是具 $U(1)$ 局部規範對稱之量子電動理論中的作用媒介 [不是原來之 $SU(2) \times U(1)$ 中的 $U(1)$]。

自發性對稱破壞及基本粒子之質量是標準模式裡的兩大重要觀念，筆者擬在此用一簡單的例子來說明這兩個觀念。假設在溫度很高之太空中瀰漫著水蒸氣，則此太空不但具有均勻的對稱性，在其中投擲棒球也相當容易！但隨著太空溫度之下降，這些水蒸氣在 90°C 時凝成一大水池；此時該太空不但失其均勻性（自發性對稱破壞），在水中投擲棒球也將較吃力。依牛頓第二定律（ $F=ma$ ），擲球較吃力顯然意謂著棒球因太空之自發性對稱破壞而取得了（更多的）質量。當然，此一例子只能說是「傳神」而已，因為標準模式裡的自發性對稱破壞並不是破壞空間的對稱，而是破壞抽象的局部規範對稱。

照說薩拉姆及萬伯格之此一闡釋應該在基本粒子的研究大海裡掀起狂風大浪才對，但沒有！因為物理學家也像我們凡夫俗子一般地喜歡追求時尚——那時基本粒子的研究著重於實驗數據的分析與歸納，還有就是上面所提到之「再歸化」的問題。在牛頓力學裡，作用總是取兩點（事件）之間的「捷徑」；但在量子力學裡，則所有可能發生之路徑均須考慮進去，其結果常產生許多「無窮大」之結果！如果無法將這些「無窮大」隱藏到重新定義（再歸化）之理論中的物理常數（如質量、電量等）中，則我們便無法做任何計算，該理論也就沒有預測的能力。克勞休人為地破壞了對稱，也毫無疑問地破壞了其理論之可再歸化！自發性的破壞對稱呢？

1971 年，年僅 24 歲的荷蘭研究生胡福特（'t Hooft）竟然很意外地尋找到楊一米理論之再歸化的方法。此後數年，他與其指導教授韋特曼（Veltman）不但一齊釐清了原論文中的許多證明細節，他們更利用了韋特曼多年來所發展出來的計算機程式證明了其正確性！理論物理學家終於可以透過自發性對稱破壞計算出 W 及 Z 粒子的質量及其性質了！克勞休、薩拉姆及萬伯格的理論終於受到重視、登堂入室成為現今基本粒子之「標準模式」（standard model）的一部分！此三人因之獲得了 1979 年之諾貝爾物理獎，而胡福特及其指導教授韋特曼則於 1999 年得獎。

夸克與強作用

顧名思義，強作用的作用力是非常強的——強得能將許多帶正電的質子聚集在很小的原子核裡，因此物理學家根本無法使用一般的數學方法來處理它，他們唯一的希望似乎是了解它的對稱性。

從海森堡 (Heisenberg) 1932 年的同位自旋對稱 (isospin symmetry) ——認為質子及中子可互換而不改變強作用——到給曼 (Gell-Mann) 1961 年的八正道 (The Eightfold Way)，以及 1963 年給曼及朱懷格 (Zweig) 之三個夸克 (quark) 的 SU(3)，這些所謂的「近似」對稱確實幫助物理學家了解了許多強作用的本質：在看似雜亂無章的叢林裡找出次序、甚至成功地預測了新粒子的存在。可是「近似」對稱總是讓物理學家感到不適——上帝怎可能這麼笨手笨腳呢？還有，夸克在哪裡呢？

在物理學家尚未發現給曼及朱懷格之三個夸克前，第四種夸克存在的假設便已在 1964 年出現。事實上以後的許多實驗均顯示如果真有夸克，其種類絕不止三種；但這些與本文之對稱無關，因此在此表過不提。如果夸克不止三種，那麼其對稱理論 SU(3) 當然不對了！事實上不止在此出問題，給曼利用此一對稱所預測之 Ω^- 粒子，後來雖被發現，但其由三個奇異夸克組成的構造卻違反了量子力學裡包利不相容原則 (Pauli Exclusion Principle)！

解決此一難題的最簡單方法是認為每種夸克均具有紅、藍、或綠之顏色，並要求所有基本粒子均是白色 (同時由紅、藍、綠組成，或某一顏色及其反顏色組成)，此一方法可以說是一石數鳥：不但解決了 Ω^- 的組成問題，也說明了為何只有由三個夸克或一個夸克及一個反夸克組成的基本粒子、為何夸克不能單獨存在、……更令物理學家驚訝與意外的是：紅、藍、綠的夸克不是具有同樣的質量嗎？這不正是楊、米 SU(3) 局部規範對稱所要求的嗎？原來上帝果然不笨手笨腳，強作用也具有完美的 SU(3) 局部規範對稱！此一稱為量子顏色動力學 (quantum chromo dynamic, 簡稱 QCD) 應具有 8 種不具質量的介子來傳遞強作用力——1979 年時德國電子同步中心 (DESY) 宣稱偵測到此種介子存在的證據。

物理學家似乎終於找到了強作用理論，可是卻還是不知道怎麼計算。1970 年左右，在電子與質子的碰撞實驗裡，數據似乎暗示著當夸克非常靠近時 (高能量)，它們好像根本就不再互相作用。這種作用力隨距離遞減而遞減的所謂「漸近自由」(asymptotic freedom) 如果是真，那麼物理學家不是又可以用所熟悉的數學方法來計算強作用的性質了嗎？可是量子顏色動力學具有這種違反「常識」(距離越近作用力應越強) 的漸近自由嗎？1973 年初，普林斯頓大學的郭魯士 (Gross)、其研究生威捷克 (Wilczek)、以及哈佛大學研究生波利皆兒 (Politzer) 同時發現了 QCD 正是具有此一漸近自由的性質！此一自由使

理論物理學家能精確地計算出強作用力與距離（能量）的相關變化，其結果與高能粒子碰撞所得之實驗結果完全符合！此三位物理學家也因之獲得了 2004 年的諾貝爾物理獎——物理界算是正式肯定了強作用的 SU(3) 局部規範對稱理論的正確性！

結論

愛美是人類的天性，但物理學家也終於了解到了上帝也是如此。祂所創造出之萬物，雖然看似複雜，但均具有對稱的美！在「對稱與物理」一文裡，我們談到了時間與空間的對稱（座標的轉換），本文則討論了較抽象之基本粒子的內在對稱（粒子的轉換）。在基本粒子的微觀世界裡，物理學家發現了強作用及電弱作用均具有局部規範的對稱。此一合稱為 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ 的「標準模型」(standard model) 已是今日物理學家了解及探討基本粒子的不可或缺工具！

延伸閱讀

賴昭正：《量子的故事》，新竹凡異出版社，第二版（2005）